

и конкретные соглашения о методах решения проблем. В то же время Django стремится не мешать программисту, предоставляя возможность при надобности выходить за рамки фреймворка.

Список использованной литературы:

1. Федоров, Д. Ю. «Программирование на языке высокого уровня Python»: учебное пособие для прикладного бакалавриата. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 126 с.
2. Антонио Меле Django 2 в примерах / пер. с англ. Д.В.Плотниковой. —М.: ДМК Пресс, 2019. - 408 с.
3. Дронов В.А. «Django: практика создания Web-сайтов на Python». — СПб.: Издательство «БХВ-Петербург», 2018.
4. МакГрат, Майк. «Программирование на Python для начинающих»: [перевод с англ. М.А. Райтмана] — Москва: Эксмо, 2015.

References:

1. Fedorov, D. Yu. "Programming in the high-level language Python": a textbook for applied bachelor's degree. - M. : Yurayt Publishing House, 2017. - 126 p.
2. Antonio Mele Django 2 in examples / trans. from English. D.V. Plotnikova. —M.: DMK Press, 2019. - 408 p.
3. Dronov V.A. "Django: The Practice of Creating Web Sites with Python". - St. Petersburg: BHV-Petersburg Publishing House, 2018.
4. McGrath, Mike. "Python Programming for Beginners": [translation from English. M.A. Reitman] - Moscow: Eksmo, 2015.

УДК 519.633

DOI 10.33514/БК-1694-7711-2021-1 (2)-182-187

Омуралиев А. С., Керимжанов А. К.

Кыргыз-Турк Манас университети,
Кыргыз-Турк Манас университети

Омуралиев А. С., Керимжанов А. К.
Кыргызско-Турецкий университет Манас,
Кыргызско-Турецкий университет Манас

Omuraliev A. S., Kerimzhanov A. K.
Kyrgyz-Turkish Manas University,
Kyrgyz-Turkish Manas University

**СПЕКТРДИН КӨП ЧЕКТИ МЕНЕН КИЧИНЕКЕЙ ПАРАМЕТРИ БАР
ПАРАБОЛИКАЛЫК СИСТЕМА
ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ
С КРАТНОЙ ТОЧКОЙ СПЕКТРА
PARABOLIC SYSTEM WITH A SMALL PARAMETER WITH A MULTIPLE
POINT OF THE SPECTRUM**

Аннотация: Маселе сингулярдуу бузулган параболалык теңдеме спектрдин кыска чекитине ээ болгондо каралат. Асимптотиканы куруу А.С.Өмүралиев [1] тарабынан ылайыкташтырылган сингулярдуу бузулган параболикалык маселелер үчүн регуляризация ыкмасына негизделген.

Аннотация: Рассматривается задача, когда сингулярно возмущенное параболическое уравнение имеет краткую точку спектра. Построение асимптотики основано на методе регуляризации для сингулярно возмущенных параболических задач, адаптированный А.С.Омуралиевым [1].

Abstract: The problem is considered when a singularly perturbed parabolic equation has a short point of the spectrum. The construction of asymptotics is based on the regularization method for singularly perturbed parabolic problems, adapted by AS Omuraliev [1].

Негизги сөздөр: сингулярдуу бузулган маселе, регуляризация, регуляризациялоо функциялары, оператор спектри, өздүк маанилер.

Ключевые слова: сингулярно возмущенная задача, регуляризация, регуляризирующие функции, спектр оператора, собственные значения.

Key words: singularly perturbed problem, regularization, regularizing functions, operator spectrum, eigenvalues.

Рассмотрим задачу

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon \partial_t u - \varepsilon^2 a(x) \partial_x^2 u - A(t)u = f(x, t), x, t \in \Omega, (1)$$

$$u \Big|_{t=0} = h(x), u \Big|_{\partial\Omega} = 0, (2)$$

где $\Omega = \{(x, t): x \in (0, 1), t \in (0, T)\}$, $\varepsilon > 0$ – малый параметр.

Задачу (1), (2) будем изучать при следующих предположениях:

1) $a(x) \in C^\infty[0, 1], f(x, t) \in C^\infty(\bar{\Omega})$,

2) $a(x) > 0, \forall x \in [0, 1]$

3) $\{\lambda_i(t)\}$ спектр матрицы простой структуры $A(t)$, при каждом $t \in [0, T]$ удовлетворяет условиям

$$\lambda_1(t) \equiv \lambda_2(t) \equiv \dots \equiv \lambda_p(t) < \lambda_{p+1}(t) < \lambda_{p+2}(t) < \dots < \lambda_n(t) < \dots < 0$$

где $\lambda_i(t) \neq 0, \forall i = \overline{p, n}$,

4. Выполняется условие согласования начальных и граничных условий:

$$h(0) = h(1) = 0.$$

Обобщаем результаты работы [1] на случай когда предельный оператор имеет кратный спектр.

П.1. Регуляризация задачи (1), (2). Произведем расширения оператора L_ε , для чего введем регуляризирующие функции

$$\tau_j = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \lambda_j(s) ds \equiv \frac{\varphi_j(t)}{\varepsilon}, (3)$$

$$j = p, p + 1, \dots, n, \eta = \frac{t}{\varepsilon^2}, \xi_l = \frac{(-1)^{l-1}}{\sqrt{\varepsilon^3}} \int_{l-1}^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \equiv \frac{\psi_l(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, l = 1, 2$$

и вместо искомой функции $u(x, t, \varepsilon)$ рассмотрим расширенную функцию $\tilde{u}(M, \varepsilon), M = (x, t, \xi, \tau, \eta), \xi = (\xi_1, \xi_2)$, такую, что

$$\tilde{u}(M, \varepsilon) \Big|_{\theta=\alpha(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x, y, t, \varepsilon), \quad (4)$$

$$\theta = (\xi, \tau, \eta), \alpha(x, t, \varepsilon) = \left(\frac{\varphi(t)}{\varepsilon}, \frac{\psi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}} \right),$$

$$\varphi(t) = (\varphi_p, \varphi_{p+1}, \dots), \psi(x) = (\psi_1(x), \psi_2(x)).$$

Найдем

$$\partial_t u \equiv \left(\partial_t \tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon^2} \partial_\eta \tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=p}^{\infty} \lambda_j(t) \partial_{\tau_j} \tilde{u} \right)_{\theta=\alpha(x,t,\varepsilon)},$$

$$\partial_x u \equiv \left(\partial_x \tilde{u} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}} \sum_{l=1}^2 \psi_l(x) \partial_{\xi_l} \tilde{u} \right)_{\theta=\alpha(x,t,\varepsilon)}, \quad (5)$$

$$\partial_x^2 u \equiv \left(\partial_x \tilde{u} + \sum_{l=1}^2 \left[\left(\frac{\psi_l'(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}} \right)^2 \partial_{\xi_l}^2 \tilde{u} + 2 \frac{\psi_l'(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}} \partial_{x\xi_l}^2 \tilde{u} + \frac{\psi_l''(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}} \partial_{\xi_l} \tilde{u} \right] \right)_{\theta=\alpha(x,t,\varepsilon)}$$

Используя представление

$$A(t)b_j(t) = \lambda_j(t) b_j(t), j = p, p + 1, \dots, n$$

где $b_j(t)$ собственные векторы отвечающие $\lambda_j(t)$, на основании (4), (5), из (1), (2) получим расширенную задачу

$$\begin{aligned} \widetilde{L}_\varepsilon \tilde{u}(M, \varepsilon) \equiv \varepsilon \partial_t \tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon} \partial_\eta \tilde{u} - \varepsilon^{-l} \Delta_\xi u - D_\lambda \tilde{u}(M, \varepsilon) - \\ - \sqrt{\varepsilon} D_\xi \tilde{u} - \varepsilon^2 L_x \tilde{u}(M, \varepsilon) - A(t) \tilde{u}(M, \varepsilon) = f(x, t), \quad (6) \end{aligned}$$

$$\tilde{u} \Big|_{t=0, \tau=\eta=0} = h(x), \tilde{u} \Big|_{x=l-1, \xi_l=0} = 0, l = 1, 2$$

$$D_\lambda \equiv \sum_{j=p}^n \lambda_j(t) \partial_{\tau_j}, \Delta_\xi \equiv \partial_{\xi_1}^2 + \partial_{\xi_2}^2, L_x \equiv a(x) \partial_x^2,$$

$$D_\xi = a(x) \sum_{l=1}^2 [2\psi_l'(x) \partial_{x\xi_l} + \psi_l''(x) \partial_{\xi_l}]$$

Решением расширенной задачи (6) будем определять в виде

$$\begin{aligned} \tilde{u}(M, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \sum_{k=1}^n b_k(t) \left(v_{i,k}(x, t) + \sum_{l=1}^2 u_{i,k}^l(N_l) + \right. \\ \left. + \sum_{j=p}^n \left[C_{i,k}^j(x, t) + \sum_{l=1}^2 Z_{i,k}^{l,j}(N_l) \right] \exp(\tau_j) \right) \\ \equiv V_1 + V_2, N_l = (x, l, \xi_l, \zeta) \quad (7) \end{aligned}$$

II.2. Итерационные задачи

Вычислим действие оператора $\widetilde{L}_\varepsilon$ на функции V_1, V_2 :

$$\begin{aligned} \tilde{L}_\varepsilon V_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{i/2} \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\varepsilon \left(\partial_t v_{i,k}(x,t) + \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) v_{\xi,\mu}(x,t) \right) b_k(t) - \varepsilon^2 L_x v_{i,k}(x,t) \right. \right. \\ \left. \left. + \lambda_k(t) v_{i,k} \sum_{l=1}^2 \varepsilon \left(\partial_t u_{i,k}^l + \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) u_{i,k}^l(N_l) \right) b_k + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{l=1}^2 T_1 u_{i,k}^l(N_l) b_k(t) \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{l=1}^2 \lambda_k(t) u_{i,k}^l(N_l) b_k(t) - \sqrt{\varepsilon} D_\xi u_{i,k}^l(N_l) b_k(t) - \varepsilon^2 \sum_{l=1}^2 L_x u_{i,k}^l b_k(t) \right\}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{L}_\varepsilon V_2 = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{i/2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=p}^n \left\{ \left(\varepsilon \left(\partial_t c_{i,k}(x,t) + \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) c_{i,\mu}^j(x,t) \right) b_k(t) + (\lambda_j(t) - \right. \right. \\ \left. \left. \lambda_k(t)) c_{i,k}^j(x,t) b_k(t) - \varepsilon^2 L_x c_{i,k}^j(x,t) b_k(t) + \sum_{l=1}^2 [\varepsilon \left(\partial_t Z_{i,k}^{l,j}(N_l) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) Z_{i,k}^{l,j}(N_l) \right) b_k(t) + (\lambda_j(t) - \lambda_k(t)) Z_{i,k}^{l,j}(N_l) b_k(t) - \varepsilon^2 L_x Z_{i,k}^{l,j}(N_l) b_k(t) \right] - \\ \left. \left. \sqrt{\varepsilon} D_\xi Z_{i,k}^{l,j}(N_l) b_k(t) - \frac{1}{\varepsilon} \sum_{l=1}^2 T_1 Z_{i,k}^{l,j}(N_l) b_k(t) \right\} \exp(\tau_j). \quad (9) \end{aligned}$$

Подставим (7) в расширенную задачу (6), с учетом (8), (9), приравняем коэффициенты при одинаковых степенях

$$\varepsilon: T_{1,l} u_{q,k}^l(N_l) = 0, q = 0,1; l = 1,2 \quad (10)$$

$$T_{1,l} u_{2,k}^l(N_l) = \lambda_k(t) u_{0,k}^l(N_l), T_1 Z_{2,k}^{l,j} = (\lambda_k(t) - \lambda_j(t)) Z_{0,k}^{l,j}(N_l);$$

$$T_{1,l} u_{i,k}^l(N_l) = \lambda_k(t) u_{i-2,k}^l(N_l) - \partial_t u_{i-4,k}^l - \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) u_{i-4,k}^{\mu,j}(N_l) + D_{\xi,l} u_{i-3,k}^l(N_l)$$

$$+ L_x u_{i-6,k}^l(N_l)$$

$$T_1 Z_{q,k}^{l,j}(N_l) = 0, \quad T_1 Z_{2,k}^{l,j} = (\lambda_k(t) - \lambda_j(t)) Z_{0,k}^{l,j}(N_l), \quad (11)$$

$$T_1 Z_{i,k}^{l,j} = (\lambda_k(t) - \lambda_j(t)) Z_{i-2,k}^{l,j}(N_l) - \partial_t Z_{i-4,k}^{l,j}$$

$$- \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) Z_{i,\mu}^{l,j}(N_l) + D_{\xi,l} Z_{i-3,k}^{l,j}(N_l) + L_x Z_{i-6,k}^{l,j}(N_l)$$

$$\lambda_k v_{0,k}(x,t) = f_k(x,t), \quad (12)$$

$$\lambda_k v_{0,k}(x,t) = \partial_t v_{i-2,k}(x,t) + \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) v_{i-2,\mu}^l(x,t) - L_x v_{i-4}(x,t) \quad (12)$$

$$(\lambda_k(t) - \lambda_j(t)) C_{0,k}^j(x,t) = 0,$$

$$(\lambda_k(t) - \lambda_j(t)) C_{i,k}^j(x,t) = \partial_t C_{i-2,k}^j + \sum_{\mu=1}^n \alpha_{\mu,k}(t) c_{i-2,k}^{\mu,j}(x,t) - L_x c_{i-4,k}^j(x,t). \quad (13)$$

Начальные и граничные условия свяжутся соотношениями

$$u_{i,k}^l \Big|_{t=\eta=0} = 0, Z_{i,k}^{l,j} \Big|_{t=\eta=0} = 0,$$

$$C_{i,k}^j(x,0) = v_{i,k}(x,0) - \sum_{l=p(j \neq k)}^n C_{i,k}^l(x,0), \quad (14)$$

$$u_{i,k}^l \Big|_{\xi_l=0, x=l-1} = -v_{i,k}(l-1,t), Z_{i,k}^{l,j} \Big|_{\xi_l=0, x=l-1} = -C_{i,k}^l(l-1,t),$$

П 3. Решение итерационных задач. Первые уравнения (10) и (11) имеют решения

$$u_{2,k}^l(N_l) = P_{v,k}^l(x,t) \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{\eta}}\right) + \frac{\lambda_k(t)P_{0,k}^l(x,t)}{2\sqrt{\eta}} \int_0^n \int_0^\infty \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{s}{2\sqrt{\tau}}\right)}{\sqrt{\eta-\tau}} \left[e^{-\frac{(\xi_l-s)^2}{4(\eta-\tau)}} - e^{-\frac{(\xi_l+s)^2}{4(\eta-\tau)}} \right] d\tau ds;$$

$$Z_{2,k}^l(N_l) = w_{2,k}^{l,j}(x,t) \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{\eta}}\right) + \frac{(\lambda_k(t) - \lambda_j(t))w_{2,k}^{l,j}(x,t)}{2\sqrt{\pi}} \int_0^n \int_0^\infty \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{s}{2\sqrt{\tau}}\right)}{\sqrt{\eta-\tau}} \left[e^{-\frac{(\xi_l-s)^2}{4(\eta-\tau)}} - e^{-\frac{(\xi_l+s)^2}{4(\eta-\tau)}} \right] d\tau ds;$$

В следующие итерационные уравнение войдут

$$D_{\xi,l} u_{0,k}^l = [2\varphi_l'(x)\partial_x P_{0,k}^l(x,t) + \varphi_l''(x)P_{0,k}^l(x,t)] \partial_{\xi_l} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{\xi_l}{2\sqrt{\eta}}\right) \right),$$

которое приведет к появлению особенностей по η при $\eta \rightarrow 0$. Поэтому за счет выбора функций $P_{0,k}^l(x,t)$ и $w_{0,k}^{l,j}(x,t)$ избавимся от такого слагаемого. Для чего положим

$$2\varphi_l'(x)\partial_x P_{0,k}^l + \varphi_l''(x)P_{0,k}^l = 0, P_{0,k}^l|_{x=l-1} = -v_{0,k}(l-1,t);$$

$$2\varphi_l'(x)\partial_x w_{0,k}^l + \varphi_l''(x)w_{0,k}^l = 0, w_{0,k}^l|_{x=l-1} = -c_{0,k}(l-1,t);$$

В остальных итерационных уравнениях будут отсутствовать такие слагаемые, а остальные слагаемые не содержат особенностей, поэтому решение этих уравнений могут быть выписаны в явном виде. Итерационные уравнения (12) для $v_{i,k}(x,t)$ имеют, согласно условиям 1)- 3) имеют гладкие решения.

Уравнение (13) при $i=0,1$ имеет решение

$$C_{v,j}^j(x,t) = C_{v,j}^{0,j}(x,t), j=p, p+1, \dots, p+n; C_{v,k}^j(x,t) = 0 \forall k \neq j; v = 0, 1;$$

где $C_{v,j}^{0,j}(x,t)$ произвольная функция, она определяется из разрешимости следующего итерационного уравнения. При $i=2$ имеем уравнение

$$(\lambda_k(t) - \lambda_j(t))C_{2,k}^j(x,t) = \partial_x C_{0,j}^j + \alpha_{j,k}(t)C_{0,k}^j(x,t); \quad (15)$$

которое разрешимо если

$$\partial_x C_{0,j}^j + \alpha_{j,k}(t)C_{0,j}^j = 0; C_{0,j}^j|_{t=0} = -v_{0,k}(x,0) - \sum_{j=1(j \neq k)}^n C_{0,k}^j(x,0), \quad (16)$$

тогда уравнение (15) имеет решение

$$C_{2,k}^j(x,t) = C_{2,k}^j(x,t) + \frac{\alpha_{j,k}(t)C_{0,j}^j(x,t)}{(\lambda_k(t) - \lambda_j(t))}, C_{2,j}^j(x,t) - \text{произвольная функция}$$

Далее, повторяя описываемый процесс, определим все коэффициенты частичной суммы

$$U_{\text{эн}}(M) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i b_k(t) \{ v_{i,k}(x,t) + \sum_{l=1}^2 u_{l,k}^i(N_l) + \sum_{j=p}^n [C_{1,k}^j(x,t) + \sum_{l=1}^2 Z_{i,k}^{l,j}(N_l)] \exp(\tau_j) \}$$

Справедлива следующая

Теорема: Пусть выполнены условия 1)-3). Тогда сужение при $\theta = \chi(x, t, \varepsilon)$ частичной суммы ряда (18), построенной вышеописанным способом, является асимптотическим решением задачи (1), (2), т.е. справедлива оценка

$$|u(x, y, t, \varepsilon) - u_{\varepsilon n}(x, y, t, \chi(x, t, \varepsilon))| < C\varepsilon^{\frac{n+1}{2}}, \forall n = 0, 1, 2, \dots$$

Список использованной литературы:

1. Омуралиев А.С., Регуляризация двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи. 2006. т.46. №8, с.1423-1432.

List of used literature:

1. A. S. Omuraliev, Regularization of a two-dimensional singularly perturbed parabolic problem. 2006. v.46. No. 8, p.1423-1432.

УДК 681.518.3

DOI 10.33514/ВК-1694-7711-2021-1 (2)-187-194

Рысбеков Р.Р., Искендерова М.Ж., Жапаров М.Т.

Н. Исанов атындагы КМКТАУ, маалыматтык системалар жана технологиясы кафедрасы,
магистрант,

Н. Исанов атындагы КМКТАУ, маалыматтык системалар жана технологиясы кафедрасы,
ага окутуучу,

Н. Исанов атындагы КМКТАУ, маалыматтык системалар жана технологиясы кафедрасы,
ф-м.и.к., доцент,

Рысбеков Р.Р., Искендерова М.Ж., Жапаров М.Т.

Магистрант, кафедра информационные системы и технологии, КГУСТА им. Н.Исанова,
Преподаватель, кафедра информационные системы и технологии, КГУСТА им.Н.Исанова,
К.ф.-м.н., доцент, кафедра информационные системы и технологии,
КГУСТА им. Н.Исанова

Rysbekov R.R., Iskenderova M.Zh., Zhaparov M.T.

Master's student, Department of Information Systems and Technologies,
KSUCTA named after N.Isanov,
Lecturer, Department of Information Systems and Technologies, KSUCTA named after N.Isanov,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Information
Systems and Technologies, KSUCTA named after N.Isanov

**«АЙЫЛДЫ БАШКАРУУ» МААЛЫМАТ СИСТЕМАСЫН ИШТЕП ЧЫГУУ
РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ «УПРАВЛЕНИЯ СЕЛА»
DEVELOPMENT OF THE INFORMATION SYSTEM "VILLAGE MANAGEMENT"**

Аннотация: Бул макалада айыл чарбасын башкаруунун көйгөйлөрү жана «Айылды башкаруу» маалыматтык системасын түзүү талкууланат. Маалыматтар базасын түзүүнүн өзгөчөлүктөрү жана бул системанын иштешинин алгоритми келтирилген.